青山国際政経論集 71 号，2007 年 1 月

研究ノート

経済学の教科書における「傾き」と「角度」についての考察

瀬　尾　佳　美

経済学の学生は高校時代「文系」であり数学に弱い。そして，大学に入学して習うミクロ経済学で使う初歩の算数で躓いてしまう。そこで，教員は教授法に工夫をこらし，絵や図を多用する。ところがこれがいっそう混乱を招いてしまうことがある。それは「図が難しいから」ばかりではないと筆者は考えている。原因の 1 つはその表記法の混乱にある。実際，「図解きの経済学」が分からないのは学生だけではない。経済学で使う絵には様々な習慣があるらしく，それが筆者のように，自然科学畑でグローバルスタンダードの(?)数学教育を受けてきた者には大変分かりにくいのである。ここで取り上げるのは，入門のミクロで頻出の「傾き」に関する，図解きの経済学にみる混乱である。

1)　普通の数学の世界の表記

まず始めに一般的な算数のおさらいをする。

下図 1 のような直角三角形 ABC において $\angle ABC = \alpha$ と置き，辺 AB，AC，BC の長さをそれぞれ b, a, c と置くと，正接の定義に従って

$$\frac{a}{b} = \tan\alpha \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

また，$\angle ACB = \beta$ とすると，

© Aoyama Gakuin University, Society of International Politics, Economics and Communication, 2007

$$\frac{b}{a} = \tan\beta \quad であるから$$

$$\tan\alpha = 1/\tan\beta \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

である。

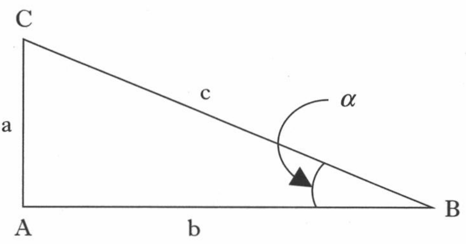


図 1　直角三角形の辺と角の関係

2）「図解き」経済学の世界での発見

さて，経済学の教科書の中には，「傾き」という言葉が，二通りに使われることがある。1 つは上図 1 でいう角 α，もう 1 つは比 a/b である。たとえば太田（2002, pp21）の図を引用すると

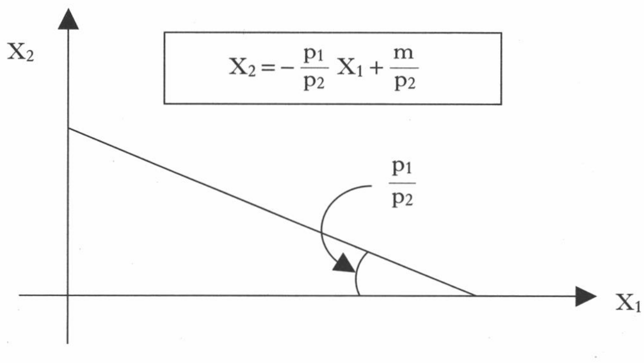


図 2　太田（2002）に見る「傾き」の表記法

上記図2では，直線 $X_2 = -\frac{p_1}{p_2}X_1 + \frac{m}{p_2}$ の「傾き」が $-\frac{p_1}{p_2}$ であると同時にその絶対値が角度の大きさとして表現されている。もちろん，正確には上図角度のの大きさは $\frac{p_1}{p_2}$ ではない。(角度の大きさは arctan $(\frac{p_1}{p_2})$ である)。同様の表現は関口（1990），関谷（2001）など随所に見られる[1)]。

仙波（2006）の教科書では，「辺の比」と「角度」についてさらに明示的な表現が見られる。

『まず需要の価格弾力性の式を書くと次のようになる。

$$\varepsilon = -dD/dP \cdot P/D = -(dD/dP)/(D/P) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

中略

図で点Aにおいて D/P は ∠OAB であり，dD/dP は需要関数の傾きであるから ∠CAB である。したがって，この角度の大きさの比が弾力性をあらわすことになる。すなわち

$$\varepsilon = \frac{\angle CAB}{\angle OAB} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

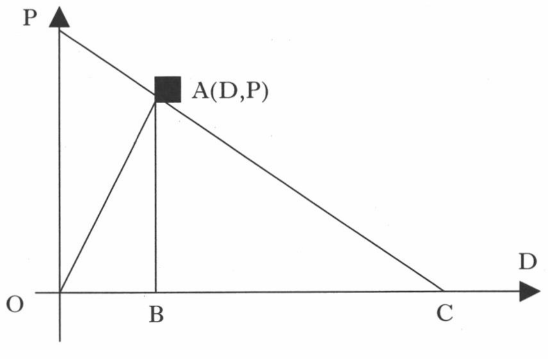


図3　仙波（2002）より引用して書き直し』

（仙波 2006 p57–58）より引用。ただし傍点および式番号（③④）は筆者

1）　引用した図の実際の写しは Appendix にまとめて収録する。

この記述を（1）の数学の目で見なおしてみる。まず，数学の世界では，辺の長さ分の辺の長さ，すなわち dD/dP や P/D は「角度の大きさ」ではない。「辺の長さ」を「辺の長さ」で割ったものは単位がないのに対し，角度には単位があるのだから，両者は次元が異なっており，イコールになることはない。これは，辺の長さや角度の単位のとり方には依存しない問題である。数学の世界の正確な記述に従うと，図 3 の場合，

$$\left.\begin{aligned} dD/dP &= \tan(\angle CAB) \\ D/P &= \tan(\angle OAB) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ⑤$$

となる。問題は正接の比と角度の比が，一般には同じでないことである。
すなわち一般には，

$$\frac{\tan(\angle CAB)}{\tan(\angle OAB)} \neq \frac{\angle CAB}{\angle OAB} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ⑥$$

であり，もし ∠CAB や ∠OAB が角度の大きさだとするならば ③ 式と ④ 式は数学的に両立しない。

正接の比と角度の比が同じでないことは，下の図を見れば一目瞭然である。すなわち図 4 において

直線 1 の「傾き」は，辺の比で言えば a/a = 1
角度でいうと 45° もしくは 1/4π ラディアン

おなじく

直線 2 の「傾き」は，辺の比で言えば 2a/a = 2
角度でいうと 60° しくは 1/3π ラディアン である。

すなわち，辺の比の比でみれば

直線 2 の「傾き」は直線 1 の「傾き」の 2 倍

となり，角度の比でみれば

直線 2 の「傾き」は直線 1 の「傾き」の 4/3 倍

となる。

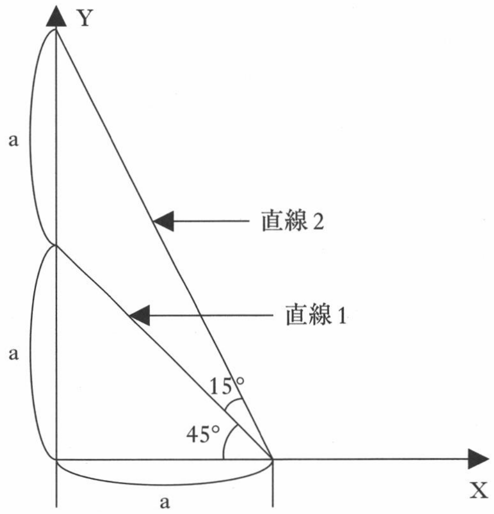


図 4

このように正接の比は角度の比ではない。仙波の教科書で「角度の大きさ」とされている「∠CAB」等は，正確には「tan（∠CAB）という値につけられた『名前』」と理解されるべきものである。このように，本来「$\tan\theta$」と書くべきところを「θ」と記述する(その逆も)のは大変分かりにくい。そもそも「傾き」を角度の大きさ（θ）と，辺の長さの比（$\tan\theta$）の両方に用いることが，分かりにくさの発端なのである。正接は単調増加関数であるため，大きさを序数的に扱う限り，正接を角度だと誤解したとしても矛盾はない。だが，このような混同は，初学者に，正接の比と角度の比があたかも同じであるかのような錯覚を与える恐れがあるので避けたいものである。

3）　さらなる迷走

経済学の教科書で「傾き」を「辺の長さの比」と「角度」の両方に使ってい

るうちに，いつのまにか

傾き＝「辺の長さの比」＝「角度」

だという誤った印象を，見る者に与えかねない図に出会うこともある。たとえば図 5 のようなものである。

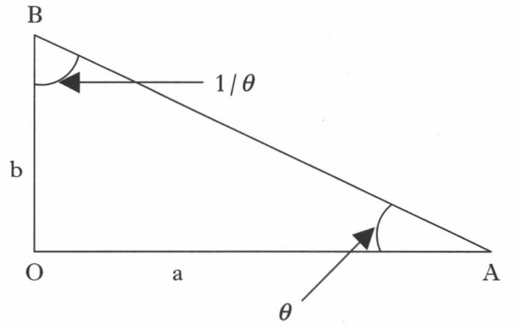


図 5　直角 3 角形の角度に関する記述の例（たとえば仙波 2006）

仮に “傾き” が b/a でありかつ θ であったとすれば，∠OAB は a/b なのであるから，この図のように “∠OAB の大きさは $1/\theta$ である” という話になりかねない。この話のおかしさは（1）の ② 式と見比べれば分かるのだが，より端的には，上図でもし「θ」が正接につけられた名前ではなく「角度の大きさ」だったとすると，

$$\theta + 1/\theta = 90°$$

となっているわけであるから，θ の値は一意に決まってしまい，

$$\theta = (90 - \sqrt{8096})/2$$

となる。つまり，5 図は一般の θ では成立し得ないことになる。

4） 正確な表記もある

上記のように，傾きと角度を混同する表記が多いなかで，武隈（2000）ではより正確な表記がなされている。

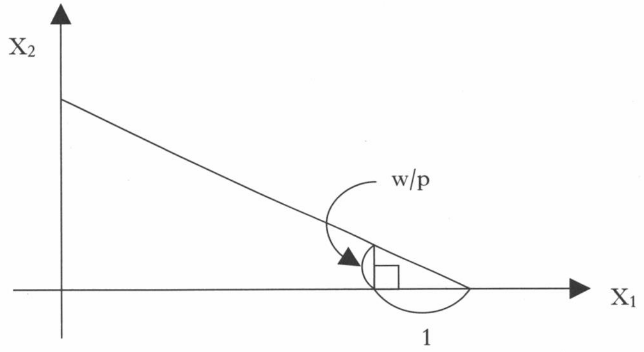


図 6　武隈（2000）pp143 より引用して書き直し

この表記であれば数学とも整合的で，混乱のおこりようがない。

また海外のメジャーな教科書，（たとえばサミュエルソン（1983），スティグリッツ（2006），Mankiw（2001））では，正接と角度の混同はみられない。傾きはいずれのケースでも，変化率(辺の長さの比，あるいは正接)と同義であり，

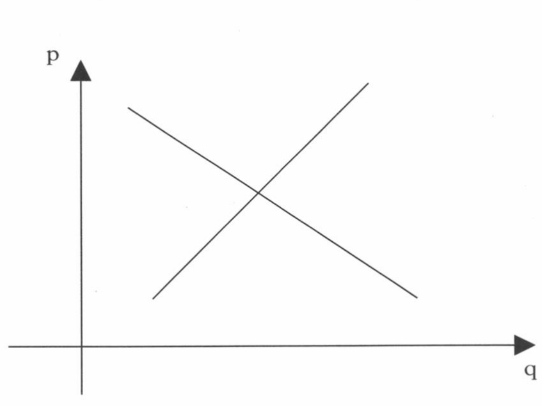


図 7　海外のメジャーな教科書にみられる表現

「角度」には持ちいられていない。これらの教科書では，需要曲線などが，座標軸とくっつくような表現自体が少ないため，「角度」があらわれることがあまりないのである。

5） 結論——書くなら正確に

武隈の教科書とその他の教科書の表記の差は，小さな差に見えるかもしれない。だが，それは多少表記にブレがあっても混乱しない人，つまりもともと分かっている人にとっての話である。初学者はそうではないのだから，正確な記述を心がけることは重要である。分かりやすさを追求して図表を導入しても，それがさらなる混乱のもとになってはもともこもない。折角書くなら既存の数学と整合的な絵を書いてほしいと思うのである。

参考文献

太田博史 2002「地域・都市・交通分析のためのミクロ経済学」東洋経済新報社 pp21

サミュエルソン P. A. 1983「サミュエルソン経済学体系」（篠原三代平，佐藤隆三他訳編集）勁草書房

スティグリッツ J. E, ウォルシュ C. E 2006「スティグリッツミクロ経済学」第 3 版（藪下史郎［ほか］訳）東洋経済新報社

関口末夫 1990「ミクロ経済学——理論と応用」pp51

関谷喜三郎 2001「ミクロ経済学」pp72

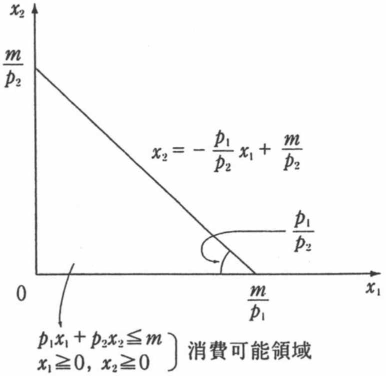
仙波憲一 2006「図解 市場経済の理論とその応用」CAP，p57–58，pp61

武隈愼一 2000「ミクロ経済学」（増補 2 刷）新世社，pp143

Mankiw，N. G., 2001 Principles of microeconomics, Harcourt College Publishers

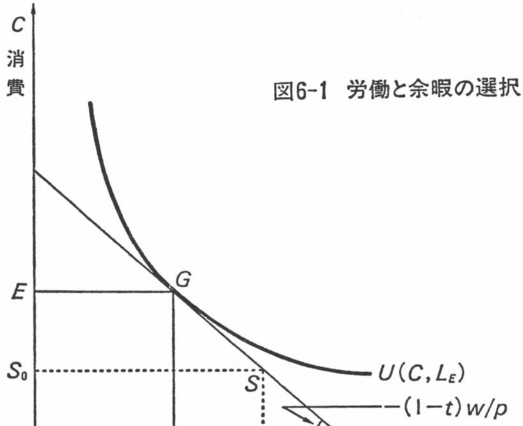
Appendix: 引用した図の実際の写し

図 1.12　予算制約と消費可能領域

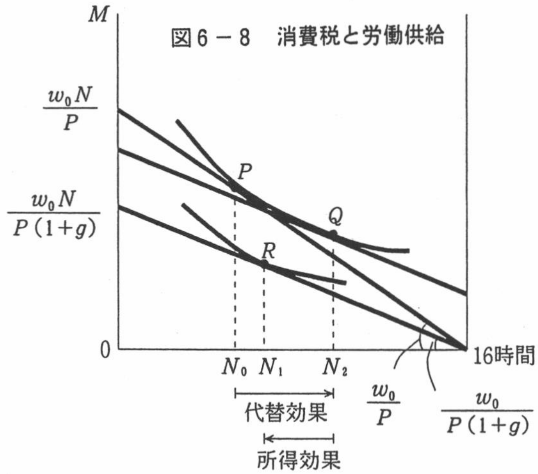


太田，2002，pp21

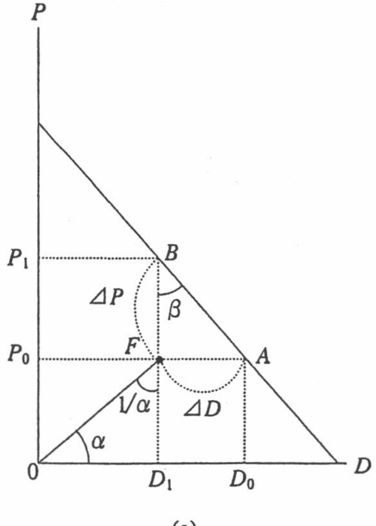
図6-1　労働と余暇の選択



関口，1990，pp51

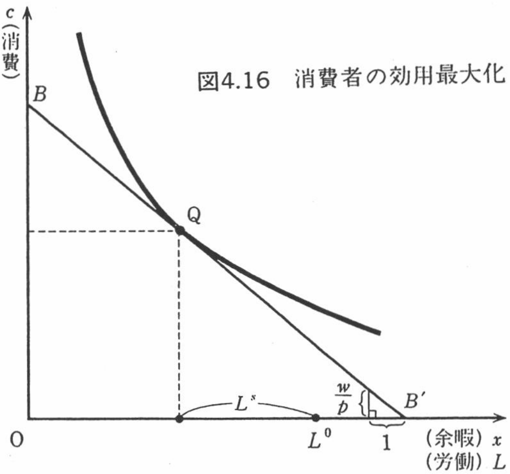


関谷，2001，pp72



(a)

仙波，2006，pp61



武隈，2000，pp143